Приложение 1. Таблица 2.

 ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Опорные формулы и соотношения

|  |  |
| --- | --- |
|  Формулы |  Графики функции y = ax  ( a > 0) |
|

|  |
| --- |
| $$a^{m}∙a^{n}=a^{m+n}$$ $\frac{a^{m}}{a^{n}}=a^{m-n}$ $\left(a^{m}\right)^{n}=a^{mn}$ $\sqrt[n]{a^{m}}= a^{\frac{m}{n}}$ $a^{n}∙b^{n}= \left(ab\right)^{n}$ $\frac{a^{n}}{b^{n}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{n}$ |

Любая возрастающая (убывающая) на промежутке функция принимает каждое свое значение только в одной точке из этого промежутка

|  |
| --- |
| $$a^{c}=b$$a>0,a$\ne 1,b>0$ |

 $⇔$

|  |
| --- |
| C = $log\_{a}b$ |

 | **a > 1** |  **0 < a < 1** |  **a = 1** |
|  Y1 0 X  ***Возрастает*** |  Y 1 0X***Убывает*** |  У 1 0 Х ***Постоянная*** |

**Схема выполнения равносильных преобразований простейших**

 **показательных уравнений и неравенств**

|  |  |
| --- | --- |
|   ***Уравнения*** |  ***Неравенства*** |
| $a$ **> 0** $a^{f(x)}=a^{g(x)}$$ a \ne 1$ $ a$ = 1$$f\left(x\right)=g(x)$$$$ $$X – любое число из ОДЗ | $a$ **> 0 ,** $a \ne 1$$a^{f(x)}>a^{g(x)}$ $a>1$ $0<a<1$$$f\left(x\right)<g(x)$$$$ $$$$f\left(x\right)>g(x)$$$$ $$ Знак неравенства не Знак неравенства меняется меняется на противоположный |

**Если в левой и в правой части заданного показательного уравнения (неравенства) стоят только произведения, частные, корни или степени, то это уравнение (неравенство) непосредственно сводится к простейшему с помощью использования опорных формул или решается логарифмированием обеих частей уравнения.**

 **Примеры решений простейших показательных уравнений**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1.**$ 2^{х+1}=8$Решение.$2^{х+1}= 2^{3}$ х+1 = 3. х=2.Ответ: 2 | **2.**$ 5^{х-3}=1$ Решение. $5^{х-3}= 5^{0}$ х - 3 = 0. х=3.Ответ: 3. | **3.**$ 3^{х+4}= -3$ Решение. Корней нет (т.к.$3^{t}>0$ для все.Ответ: корней нет. | **4.**$ 7^{х-1}=3$ Решение. $х-1=log\_{7}3$$$х=1+log\_{7}3$$Ответ:$ 1+log\_{7}3$ |
| **5.** Приведение к одному основанию $\frac{100^{х-1}}{\sqrt[3]{10^{х}}}= 2^{х}∙5^{х}$**.**Решение: $\frac{ 10^{2(х-1)}}{10^{\frac{х}{3}}}= \left(2∙5\right)^{х}$. $10^{2\left(х-1\right)-\frac{х}{3}}= 10^{х}.$ 2(х-1)$-\frac{х}{3}$ = х. х=3. Ответ: 3.  | **6.** Логарифмирование обеих частей уравнения$5^{\frac{1}{х}}∙3^{х}$ **= 15.** Решение. ОДЗ: х$ \ne 0$. Логарифмируя обе части по основанию 3, получаем равносильное уравнение $\frac{1}{х}log\_{3}5+х= log\_{3}(3∙5)$. $ log\_{3}5+х^{2}=х\left(1+log\_{3}5\right).$ Решение этого квадратного уравнения: х = $\frac{1+ log\_{3}5 \pm \left(1-log\_{3}5\right)}{2}$. х = 1 или х = $log\_{3}5.$Ответ: 1; $log\_{3}5.$ |

 **Схема поиска решений показательных уравнений,**

 **не сводящихся непосредственно к простейшим**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. ***Избавляемся от числовых*** ***слагаемых*** в показателях степеней(используя опорные формулы)2. Пробуем ***все степени*** (с переменной в показателе) ***привести к одному основанию*** и выполнить замену переменной | **Пример 1.** $ 4^{х+1}+ 7∙2^{х}-2=0$.**Решение.** Избавляясь от числового слагаемого в показателе степени, имеем 4$∙4^{х}+7∙2^{х}-2=0$. Приведя все степени к одному основанию, получаем 4$∙2^{2х}+7∙2^{х}-2=0.$ Замена $2^{x}=t, t>0, $ дает $\left\{\begin{array}{c}4t^{2}+7t-2=0,\\t>0.\end{array}\right.$ Решение системы $\left\{\begin{array}{c}\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{t=-2,}{t=\frac{1}{4}}\right.\\t>0\end{array}\right.$ $⟹ $t=$\frac{1}{4}$. Обратная замена дает $2^{х}= \frac{1}{4}$, откуда $2^{х}=2^{-2}$, т.е. х=–2. Ответ: –2. |
| 3. Если нельзя привести к одному основанию, то пробуем привести все степени ***к двум основаниям*** так, чтобы ***получилось однородное уравнение*** | **Пример 2.** $ $4$∙2^{2х}-6^{х}=18∙3^{2х}$. **Решение.**  Разделим левую правую часть уравнения на $3^{2х}$. Имеем 4$\frac{2^{2х}}{3^{2х}}-\frac{2^{х}3^{х}}{3^{2х}}$–18= 0. 4$\left(\frac{2}{3}\right)^{2х}-\left(\frac{2}{3}\right)^{х}-18=0.$ Замена $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}=t, t>0, $ дает $\left\{\begin{array}{c}4t^{2}-t-18=0,\\t>0.\end{array}\right.$ Решение системы $\left\{\begin{array}{c}\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{t=-2,}{t=\frac{9}{4}}\right.\\t>0\end{array}\right.$ $⟹ $t=$\frac{9}{4}$. Обратная замена дает$\left(\frac{2}{3}\right)^{х}= \frac{9}{4}$, откуда х = –2. Ответ: –2. |

 **Примеры решений простейших показательных неравенств**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1.**$ 2^{х+1}>8$Решение.$2^{х+1}> 2^{3}$. Т.к. у =$ 2^{t}$ – возрастающая, то х+1 > 3. x>2.Ответ: $\left(2;\infty \right)$ | **2**$\left(\frac{1}{3}\right)^{х-1}>\frac{ 1}{9}$ Решение. $\left(\frac{1}{3}\right)^{х-1}>\left(\frac{1}{3}\right)^{2}$**.**Т.к. у = $\left(\frac{1}{3}\right)^{t}$**-** убывающая, х-1< 2. x< 3.Ответ: $\left(-\infty ;3\right)$. | **3.**$ 3^{х+4}< -3$ Решение. Корней нет (т.к.$3^{t}>0 $ для всеx t).Ответ: решений нет. | **4.**$ 7^{\frac{1}{х}}>-3$ Решение. Т.к. $7^{t}>0$ для всеx t, то х - любое действительное число из ОДЗ.Т.е. х$\ne 0.$ Ответ:R, x $\ne 0.$ |

 **Решение показательных неравенств, не сводящихся непосредственно к простейшим**

С помощью ***равносильных преобразований*** (по схеме решения показательных уравнений) ***заданное неравенство сводится к известному типу неравенств*** (квадратному, дробному и т.д.) и после решения полученного неравенства приходим к простейшим показательным неравенствам **. Пример 3.** $ 4^{х+1}+ 7∙2^{х}-2>0$. **Решение.** Выполнив те же преобразования, что и в примере 1, имеем 4$∙4^{х}+7∙2^{х}-2>0$. Замена $2^{x}=t, t>0, $ дает $\left\{\begin{array}{c}4t^{2}+7t-2>0,\\t>0.\end{array}\right.$ Решение системы $\left\{\begin{array}{c}\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{t<-2,}{t> \frac{1}{4}}\right.\\t>0\end{array}\right.$ $⟹ $t > $\frac{1}{4}$. Обратная замена дает $2^{х}> \frac{1}{4}$, откуда $2^{х}>2^{-2}.$ Т.к. у =$ 2^{t}$ – возрастающая, то. x> –2.

Ответ: $\left(–2;\infty \right)$

 **Показательно – степенные уравнения и неравенства.**

Функция y = $f(x)^{g(x)}$ не является показательной. Существует две точки зрения, оценивающие область определения данной функции. Первая исходит из требования $f(x)$> 0, вторая позволяет $ f(x)$ принимать отрицательные значения при условии, что $g(x)$ принимает целые значения, или $f(x)$= 0 при условии $g(x)$> 0.

$f(x)^{g(x)}=f(x)^{h(x)}$ $⟺$ $\left[ \genfrac{}{}{0pt}{}{\left\{\begin{array}{c}g\left(x\right)=h\left(x\right),\\f\left(x\right)>0;\end{array}\right.}{\left\{\begin{array}{c}f\left(x\right)=1,\\ g\left(x\right),h\left(x\right)- определены.\end{array}\right.}\right.$