Приложение 6

**Занятие «Транспортная задача»**

[История зарождения и создания линейного программирования.](file:///D%3A%5C1%20%D1%81%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%8F%D0%B1%D1%80%D1%8F%202012%5C1%20%D1%81%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%8F%D0%B1%D1%80%D1%8F%20%D1%84%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%B2%202013%5C%D1%80%D0%B6%D0%B41%D1%8F%D0%B4%D1%80%D0%B5%D1%86%5C%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F%20%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%BD%D1%81%D0%BF%20%D0%B7%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%87%D0%B81.doc)

Рассмотрим пример транспортной задачи, решив ее методом северо-западного угла.

Имеются три пункта поставки однородного груза А1, А2, А3 и пять пунктов В1, В2, В3, В4, В5 потребления этого груза. На пунктах А1, А2, А3 находится груз в количествах 90, 70, 110 тонн. В пункты В1, В2, В3, В4, В5 требуется доставить соответственно 50, 60, 50, 40, 70 тонн груза. Расстояния в сотнях километрах между пунктами поставки и потребления приведены в матрице-таблице D:

|  |  |
| --- | --- |
| Пунктыпоставки | Пункты потребления |
| В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
| А1 | 9 | 1 | 1 | 5 | 6 |
| А2 | 6 | 4 | 6 | 8 | 5 |
| А3 | 2 | 9 | 3 | 5 | 3 |

         Найти такой план перевозок, при котором общие затраты будут минимальными.

УКАЗАНИЕ. 1) Считать стоимость перевозок пропорциональной количеству груза и расстоянию, на которое этот груз перевозится, т.е. для решения задачи достаточно минимизировать общий объем плана, выраженный в тонно-километрах.

2) для решения задачи использовать методы северо-западного угла и потенциалов.

        Составим математическую модель задачи:

Обозначим  - количество груза, перевезенного от поставщика i к потребителю j.

Становятся очевидными следующие ограничения (т.к. весь груз должен быть вывезен, и все потребности удовлетворены полностью):

     

    

     

  



         При этом должна быть минимизирована целевая функция



         Построим опорный план методом северо-западного угла:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Пунктыпоставки | Пункты потребления | Запасы |
| В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
| А1 | 950 | 140 | 1  | 5  | 6  | 90 |
| А2 | 6  | 420 | 650 | 8  | 5  | 70 |
| А3 | 2  | 9  | 3  | 540 | 370 | 110 |
| Потребности | 50 | 60 | 50 | 40 | 70 | 270 |

         Принцип заполнения таблицы состоит в том, что, начиная с крайней левой верхней ячейки (принцип северо-западного угла), количество грузов вписывается в таблицу так, чтобы потребности полностью удовлетворялись или груз полностью вывозился.

         Построим систему потенциалов.  - потенциалы, соответствующие поставщикам,  - потенциалы, соответствующие потребителям.

         Полагаем U1=0, а далее Ui + Vj = dij для занятых клеток таблицы.

U1 + V1 = 9   V1 = 9

U1 + V2 = 1   V2 = 1

U2 + V2 = 4   U2 = 3

U2 + V3 = 6   V3 = 3

U3 + V4 = 5   U3 = 0  V4 = 5

U3 + V5 = 3   V5 = 3

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Пунктыпоставки |   | Пункты потребления | Запасы |
| В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
|   |   | V1=9 | V2=1 | V3=3 | V4=5 | V5=3 |   |
| А1 | U1=0 | 950 | 140 | 1  | 5  | 6  | 90 |
| А2 | U2=3 | 6  | 420 | 650 | 8  | 5  | 70 |
| А3 | U3=0 | 2  | 9  | 3  | 540 | 370 | 110 |
| Потребности |   | 50 | 60 | 50 | 40 | 70 | 270 |

         Проверим критерий оптимальности : Ui + Vj  dij для свободных клеток.

U1 + V3 = 3>1 на 2

U1 + V4 = 5=5

U1 + V5 = 3<6

U2 + V1 = 12>6 на 6

U2 + V4 = 8=8

U2 + V5 = 6>5 на 1

U3 + V1 = 9>2 на 7

U3 + V2 = 1<9

U3 + V3 = 3=3

         Из тех условий, где критерий не выполняется, выбираем то условие, где разница максимальна. Это – ячейка (3 , 1)

          Перебросим в ячейку (3 , 1) 50 единиц груза из ячейки (1 , 1).

         Чтобы компенсировать недостаток в первой строке, перебросим те же 50 единиц груза из ячейки (2 , 3) в ячейку (1 , 3).

         Теперь чтобы компенсировать недостаток в строке 2, перебросим из ячейки

(3 , 5) 50 единиц в ячейку (2 , 5).

         Таким образом, образовался цикл, показанный в таблице пунктиром.



Получаем новую таблицу, для которой повторяем расчет потенциалов:

Полагаем U1=0, а далее Ui + Vj = dij для занятых клеток таблицы.

U1 + V2 = 1   V2 = 1

U1 + V3 = 1   V3 = 1

U2 + V2 = 4   U2 = 3

U2 + V5 = 5   V5 = 2

U3 + V5 = 3   U3 = 1

U3 + V1 = 2   V1 = 5

U3 + V4 = 5   V4 = 4

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Пунктыпоставки |   | Пункты потребления | Запасы |
| В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
|   |   | V1=1 | V2=1 | V3=1 | V4=4 | V5=2 |   |
| А1 | U1=0 | 9  | 140 | 150 | 5  | 6  | 90 |
| А2 | U2=3 | 6  | 420 | 6  | 8  | 550 | 70 |
| А3 | U3=1 | 250 | 9  | 3  | 540 | 320 | 110 |
| Потребности |   | 50 | 60 | 50 | 40 | 70 | 270 |

Проверим критерий оптимальности : Ui + Vj  dij для свободных клеток.

U1 + V1 = 1<9

U1 + V4 = 4<5

U1 + V5 = 2<6

U2 + V1 = 4<6

U2 + V3 =4<6

U2 + V4 =7<8

U3 + V2 =2<9

U3 + V3 =2<3

         Критерий выполнен, значит, полученное решение оптимально.

         Найдем минимальную стоимость перевозок.



Ответ: минимальная стоимость перевозок 780 рублей.