***Приложение***

**УЧЕБНО – ТВОРЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ №1**

**ПРЕДМЕТ: алгебра и начала анализа**

### КЛАСС:

**УЧИТЕЛЬ:**

**СРОК ВЫПОЛНЕНИЯ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**ТЕМА: Числовые последовательности.**

В результате выполнения данного задания, ученики будут

знать:

* определение числовой последовательности;
* способы задания числовых последовательностей;
* определение последовательности, ограниченной сверху;
* определение последовательности, ограниченной снизу;
* понятие ограниченной последовательности;
* определение возрастающей последовательности;
* определение убывающей последовательности;
* понятие монотонной последовательности.

уметь:

* выяснять являются ли данные функции числовыми последовательностями;
* приводить примеры последовательностей, заданных с помощью формулы *n* – го члена, словесно, рекурентным способом;
* по заданной формуле *n* – го члена вычислять несколько первых членов последовательности;
* составлять одну из возможных формул *n* – го члена последовательности по нескольким первым ее членам;
* строить график функции натурального аргумента и работать по нему;
* работать с формулой *n* – го члена последовательности;
* находить среди данных последовательностей ограниченные сверху, снизу;
* находить среди данных последовательностей возрастающие, убывающие;
* находить среди данных последовательностей монотонные и указывать характер монотонности.

Для того чтобы успешно справиться с практическим заданием, изучите теоретический материал и ответьте на следующие вопросы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №  п/п | ЗАДАНИЕ | ГДЕ НАЙТИ |
| 1  2  3  4  5  6  7  8 | Дайте определение числовой последовательности.  Перечислите способы задания числовых последовательностей.  Какая последовательность называется ограниченной сверху?  Какая последовательность называется ограниченной снизу?  Какая последовательность называется ограниченной?  Какая последовательность называется возрастающей?  Какая последовательность называется убывающей?  Какая последовательность называется монотонной? | Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П., Ивлев Б.М., Шварцбурд С.И.  Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 – 11 кл. общеобразовательных учреждений  Москва, «Просвещение», 2002  Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В., Федорова Н.Е., Шабунин М.И.  Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 – 11 кл. сред. шк.  Москва, «Просвещение», 1992  Башмаков М.И.  Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 – 11 кл. сред. шк.  Москва, «Просвещение», 1991  Башмаков М.И.  Математика: Учеб. для профтехучилищ.  Москва, «Высшая школа», 1994  Мордкович А.Г.  Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 – 11 кл. общеобразовательных учреждений  Москва, «Мнемозина», 2000  Гусев В.А., Мордкович А.Г.  Математика: Справ. материалы: Кн. для учащихся  Москва, «Просвещение», 1988  Крамор В.С.  Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа Москва, «Просвещение», 1993 |

218-619-238

222-015-054

Приступаем к выполнению практического задания.

1. Являются ли числовыми последовательностями следующие функции:

а) Z; в) , Q;

б)  [0; 2π]; г) , N.

2. Постройте график функции:

а) , N; г)  N;

б)  N; д)  N;

в)  N; е)  N.

3. Приведите примеры последовательностей, заданных:

а) с помощью формулы *n* – го члена;

б) словесно;

в) рекурентным способом.

4. По заданной формуле *n* – го члена вычислите пять первых членов последовательности ( *уn* ):

а) *уn*  е) *уn* 

б) *уn * ж) *уn*  в) *уn*  з) *уn*  г) *уn*  и) *уn* 

д) *уn*  к) *уn* 

1. Составьте одну из возможных формул *n* – го члена последовательности по первым пяти ее членам:

а) 0; 1; 3; 4; …; ж) …;

б) 10; 9; 8; 7; 6; …; з) …;

в) 6; 12; 18; 24; 30; …; и)  …;

г) 4; 8; 12; 16; 20; …; к) …;

д) 9; 16; 25; 36; 49; …; л) …;

218-619-238

222-015-054

е) 1; 8; 27; 64; 125; …; м) .

1. Выпишите первые пять членов последовательности, заданной рекурентно:

а)  в) 

б)  г) 

1. Укажите номер члена последовательности 

а) равного 0; ;

б) , начиная с которого все ее члены больше заданного числа А

1. Последовательность задана формулой  Является ли членом последовательности число: 0; 24; 153; –2?
2. Сколько членов последовательности … не превосходит единицы?
3. Какие из заданных последовательностей ограничены снизу?

а)  …; в) 

б)  …; г) 

11. Какие из заданных последовательностей ограничены сверху?

а)  …; в) 

б)  …; г) 

12. Какие из заданных последовательностей ограничены?

а)  в) 

б)  г) π.

13. Найдите минимальный отрезок  с целочисленными концами, которому принадлежат все члены последовательности:

а)  б) 

14. Выясните, какие из приведенных последовательностей являются монотонными. Укажите характер монотонности:

а)  в) 

б)  г) 

218-619-238

222-015-054

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

# Рассмотрим две числовые последовательности () и ().

(): 1; 3; 5; 7; 9; …; 2*n* – 1; …;

(): .

Изображая члены этих последовательностей точками на координатной прямой, замечаем, что члены второй последовательности ()как бы „сгущаются” около точки 0, а у первой последовательности () такой „точки сгущения” нет:

0      1 

0 1 3 5 7 9 11 13 

В подобных случаях математики говорят так: последовательность () *сходится*, а последовательность () *расходится*.

## Определение 8

Пусть *а* – точка прямой, а *r* – положительное число. Интервал (*а – r*, *а + r*) называют **окрестностью точки *а***, а число *r* – **радиусом окрестности**.

*a – r* *а* *a + r* *х*

В математике термин „точка сгущения для членов заданной последовательности” обычно заменяют термином „предел последовательности”.

## Определение 9

Число *b* называют **пределом последовательности** *( уn )*, если в любой заранее выбранной окрестности точки *b* содержатся все члены последовательности, начиная с некоторого номера.

Обозначение:  *уn *

ПРИМЕР 10. а) *( уn )*: .

Чем больше номер члена последовательности, тем меньше этот член отличается от числа 0. Эта последовательность сходится, предел ее равен 0, т.е. 

б) (): .

218-619-238

222-015-054

Чем больше номер члена последовательности, тем меньше этот член отличается от числа 0. Эта последовательность сходится, предел ее равен 0, т.е. 

в) (): .

Члены этой последовательности по мере увеличения номера все меньше и меньше отличается от числа 1. Эта последовательность сходится, предел ее равен 1, т.е. 

г) (): .

Эта последовательность не сходится, следовательно, она не имеет предела.

д) (): .

Эта последовательность – постоянная, следовательно, она сходится к пределу с, т.е. .

С геометрической точки зрения равенство означает, что прямая *y = b* является горизонтальной асимптотой графика функции *y = *, т.е. графика функции ,  N:

*y*

*y=b*

0 1 2 3 *n* *x*

На практике используется еще одно истолкование равенства , связанное с приближенными вычислениями: *если последовательность сходится к числу b, то выполняется приближенное равенство , причем это приближенное равенство тем точнее, чем больше n.*

4. СВОЙСТВА СХОДЯЩИХСЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

 Если последовательность сходится, то только к одному пределу.

 Если последовательность сходится, то она ограничена.

 Если последовательность монотонна и ограничена, то она сходится (теорема Вейерштрасса).

5. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

218-619-238

222-015-054

Справедливы следующие правила:

1. ;

2. если  < 1;

3. 

4. Теорема. Если , то

а) предел суммы равен сумме пределов:



б) предел произведения равен произведению пределов:



в) предел частного равен частному пределов:



г) постоянный множитель можно вынести за знак предела:



5. 

6. Если знаменатель *q* геометрической прогрессии  удовлетворяет неравенству |*q*| < 1, то сумма *S* прогрессии вычисляется по формуле



ПРИМЕР 11. Найти пределы последовательностей:

а)  б)  в) .

Решение. а) имеем ; применив правило „предел произведения”, получим

.

б) имеем ; применив правило „вынесения постоянного множителя за знак предела”, получим

.

в) имеем ; применив правило „предел суммы”, получим



218-619-238

222-015-054

ПРИМЕР 12. Даны числа  такие, что  |*q*|<1. Вычислить , где 

Решение.  – постоянный множитель. Применив правило „вынесения постоянного множителя за знак предела”, получим

.

Зная, что , получим . Тогда



ПРИМЕР 13. Вычислить .

Решение. Применим искусственный прием: разделим числитель и знаменатель дроби почленно на наивысшую степень переменной *n*. В данном примере разделим числитель и знаменатель дроби на .Получим

.

Применяя правило „предел частного”, получим: если предел числителя равен 2 + 0 = 2, предел знаменателя равен 1 – 0 = 1, то предел данной дроби равен .

ПРИМЕР 14. Найти сумму геометрической прогрессии 4, 2, 1, … .

Решение. Здесь  Поскольку знаменатель прогрессии удовлетворяет неравенству |*q*| < 1, мы имеем право воспользоваться формулой . Значит, 

##### УЧЕБНО – ТВОРЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ №2

**ПРЕДМЕТ: алгебра и начала анализа**

### КЛАСС:

**УЧИТЕЛЬ:**

**СРОК ВЫПОЛНЕНИЯ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

218-619-238

222-015-054

**ТЕМА: Предел числовой последовательности.**

В результате выполнения данного задания, ученики будут

знать:

* понятие сходящейся последовательности;
* понятие расходящейся последовательности;
* определение окрестности данной точки заданного радиуса;
* определение предела последовательности;
* понятие горизонтальной асимптоты и ее уравнения;
* свойства сходящихся последовательностей;
* правила вычисления пределов последовательностей.

уметь:

* выяснять являются ли данные последовательности сходящимися (расходящимися);
* приводить примеры сходящихся (расходящихся) последовательностей;
* указывать окрестность данной точки заданного радиуса;
* выяснять окрестностью какой точки и какого радиуса является данный интервал;
* выяснять принадлежит ли некоторая точка окрестности данной точки заданного радиуса;
* составлять уравнение горизонтальной асимптоты;
* вычислять предел заданной последовательности;
* находить сумму геометрической последовательности.

Для того чтобы успешно справиться с практическим заданием, изучите теоретический материал и ответьте на следующие вопросы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №  п/п | ЗАДАНИЕ | ГДЕ НАЙТИ |
| 1  2  3  4  5  6  7 | Дайте понятие сходящейся последовательности .  Дайте понятие расходящейся последовательности.  Дайте определение окрестности данной точки заданного радиуса. Дайте определение предела последовательности.  Дайте понятие горизонтальной асимптоты и ее уравнения.  Сформулируйте свойства сходящихся последовательностей Сформулируйте правила вычисления пределов последовательностей. | Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П., Ивлев Б.М., Шварцбурд С.И.  Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 – 11 кл. общеобразовательных учреждений  Москва, «Просвещение», 2002  Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В., Федорова Н.Е., Шабунин М.И.  Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 – 11 кл. сред. шк.  Москва, «Просвещение», 1992  Башмаков М.И.  Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 – 11 кл. сред. шк.  Москва, «Просвещение», 1991  Башмаков М.И.  Математика: Учеб. для профтехучилищ.  Москва, «Высшая школа», 1994  Мордкович А.Г.  Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 – 11 кл. общеобразовательных учреждений  Москва, «Мнемозина», 2000  Гусев В.А., Мордкович А.Г.  Математика: Справ. материалы: Кн. для учащихся  Москва, «Просвещение», 1988  Крамор В.С.  Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа Москва, «Просвещение», 1993 |

Приступаем к выполнению практического задания.

1. Запишите окрестность точки *а* радиуса *r* в виде интервала, если:

а) *а* = 0, *r* = 0,1; в) *а* = 2, *r* = 1;

б) *а* = –3, *r* = 0,5; г) *а* = 0,2, *r* = 0,3.

2. Окрестностью какой точки и какого радиуса является интервал:

а) (1; 3); в) (2,1; 2,3);

б) (–0,2; 0,2); г) (–7; –5).

3. Принадлежит ли точка  окрестности точки *а* радиуса *r*, если:

218-619-238

222-015-054

а)  = 1, *а* = 2, *r* = 0,5; в)  = –0,2, *а* = 0, *r* = 0,3;

б)  = 1,1, *а* = 1, *r* = 0,2; г)  = 2,75, *а* = 2,5, *r* = 0,3.

4. Укажите номер (если существует) того члена последовательности (), начиная с которого все члены последовательности попадут в окрестность точки *а* радиуса *r*:

а) ; г) ;

б) ; д) ;

в) ; е) .

5. Постройте график последовательности () и составьте, если возможно, уравнение горизонтальной асимптоты графика:

а) ; г) ;

б) ; д) ;

в) ; е) .

6. Вычислите , если:

а) ; з) ;

б) ; и) ;

в) ; к) ;

г) ; л) ;

д) ; м) ;

е) ; н) ;

ж) ; о) .

7. Найдите сумму геометрической прогрессии , если:

а)  г) 

б)  д) 

в)  е) 

218-619-238

222-015-054

8. Вычислите:

а)  в) 

б)  г)  .

9. Составьте геометрическую прогрессию, если известно, что ее сумма равна 18, а сумма квадратов ее членов равна 162.

10. Решите уравнение:

а) 

б) 

в) 