***Приложение***

**УЧЕБНО – ТВОРЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ №1**

**ПРЕДМЕТ: алгебра и начала анализа**

### КЛАСС:

**УЧИТЕЛЬ:**

**СРОК ВЫПОЛНЕНИЯ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**ТЕМА: Числовые последовательности.**

В результате выполнения данного задания, ученики будут

знать:

* определение числовой последовательности;
* способы задания числовых последовательностей;
* определение последовательности, ограниченной сверху;
* определение последовательности, ограниченной снизу;
* понятие ограниченной последовательности;
* определение возрастающей последовательности;
* определение убывающей последовательности;
* понятие монотонной последовательности.

уметь:

* выяснять являются ли данные функции числовыми последовательностями;
* приводить примеры последовательностей, заданных с помощью формулы *n* – го члена, словесно, рекурентным способом;
* по заданной формуле *n* – го члена вычислять несколько первых членов последовательности;
* составлять одну из возможных формул *n* – го члена последовательности по нескольким первым ее членам;
* строить график функции натурального аргумента и работать по нему;
* работать с формулой *n* – го члена последовательности;
* находить среди данных последовательностей ограниченные сверху, снизу;
* находить среди данных последовательностей возрастающие, убывающие;
* находить среди данных последовательностей монотонные и указывать характер монотонности.

Для того чтобы успешно справиться с практическим заданием, изучите теоретический материал и ответьте на следующие вопросы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №п/п | ЗАДАНИЕ | ГДЕ НАЙТИ |
| 12345678 | Дайте определение числовой последовательности.Перечислите способы задания числовых последовательностей.Какая последовательность называется ограниченной сверху?Какая последовательность называется ограниченной снизу?Какая последовательность называется ограниченной?Какая последовательность называется возрастающей?Какая последовательность называется убывающей?Какая последовательность называется монотонной? | Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П., Ивлев Б.М., Шварцбурд С.И.Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 – 11 кл. общеобразовательных учрежденийМосква, «Просвещение», 2002Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В., Федорова Н.Е., Шабунин М.И.Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 – 11 кл. сред. шк.Москва, «Просвещение», 1992Башмаков М.И.Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 – 11 кл. сред. шк.Москва, «Просвещение», 1991Башмаков М.И.Математика: Учеб. для профтехучилищ.Москва, «Высшая школа», 1994Мордкович А.Г.Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 – 11 кл. общеобразовательных учрежденийМосква, «Мнемозина», 2000Гусев В.А., Мордкович А.Г.Математика: Справ. материалы: Кн. для учащихсяМосква, «Просвещение», 1988Крамор В.С.Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа Москва, «Просвещение», 1993 |

218-619-238

222-015-054

Приступаем к выполнению практического задания.

1. Являются ли числовыми последовательностями следующие функции:

а) Z; в) , Q;

б)  [0; 2π]; г) , N.

2. Постройте график функции:

 а) , N; г)  N;

 б)  N; д)  N;

 в)  N; е)  N.

3. Приведите примеры последовательностей, заданных:

а) с помощью формулы *n* – го члена;

 б) словесно;

 в) рекурентным способом.

4. По заданной формуле *n* – го члена вычислите пять первых членов последовательности ( *уn* ):

 а) *уn*  е) *уn* 

б) *уn * ж) *уn*  в) *уn*  з) *уn*  г) *уn*  и) *уn* 

 д) *уn*  к) *уn* 

1. Составьте одну из возможных формул *n* – го члена последовательности по первым пяти ее членам:

а) 0; 1; 3; 4; …; ж) …;

б) 10; 9; 8; 7; 6; …; з) …;

в) 6; 12; 18; 24; 30; …; и)  …;

 г) 4; 8; 12; 16; 20; …; к) …;

 д) 9; 16; 25; 36; 49; …; л) …;

218-619-238

222-015-054

 е) 1; 8; 27; 64; 125; …; м) .

1. Выпишите первые пять членов последовательности, заданной рекурентно:

а)  в) 

б)  г) 

1. Укажите номер члена последовательности 

а) равного 0; ;

б) , начиная с которого все ее члены больше заданного числа А

1. Последовательность задана формулой  Является ли членом последовательности число: 0; 24; 153; –2?
2. Сколько членов последовательности … не превосходит единицы?
3. Какие из заданных последовательностей ограничены снизу?

а)  …; в) 

б)  …; г) 

11. Какие из заданных последовательностей ограничены сверху?

 а)  …; в) 

 б)  …; г) 

12. Какие из заданных последовательностей ограничены?

 а)  в) 

 б)  г) π.

13. Найдите минимальный отрезок  с целочисленными концами, которому принадлежат все члены последовательности:

 а)  б) 

14. Выясните, какие из приведенных последовательностей являются монотонными. Укажите характер монотонности:

 а)  в) 

 б)  г) 

218-619-238

222-015-054

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

# Рассмотрим две числовые последовательности () и ().

(): 1; 3; 5; 7; 9; …; 2*n* – 1; …;

(): .

Изображая члены этих последовательностей точками на координатной прямой, замечаем, что члены второй последовательности ()как бы „сгущаются” около точки 0, а у первой последовательности () такой „точки сгущения” нет:

 0      1 

 0 1 3 5 7 9 11 13 

В подобных случаях математики говорят так: последовательность () *сходится*, а последовательность () *расходится*.

## Определение 8

Пусть *а* – точка прямой, а *r* – положительное число. Интервал (*а – r*, *а + r*) называют **окрестностью точки *а***, а число *r* – **радиусом окрестности**.

*a – r* *а* *a + r* *х*

 В математике термин „точка сгущения для членов заданной последовательности” обычно заменяют термином „предел последовательности”.

## Определение 9

Число *b* называют **пределом последовательности** *( уn )*, если в любой заранее выбранной окрестности точки *b* содержатся все члены последовательности, начиная с некоторого номера.

Обозначение:  *уn *

ПРИМЕР 10. а) *( уn )*: .

Чем больше номер члена последовательности, тем меньше этот член отличается от числа 0. Эта последовательность сходится, предел ее равен 0, т.е. 

 б) (): .

218-619-238

222-015-054

Чем больше номер члена последовательности, тем меньше этот член отличается от числа 0. Эта последовательность сходится, предел ее равен 0, т.е. 

в) (): .

Члены этой последовательности по мере увеличения номера все меньше и меньше отличается от числа 1. Эта последовательность сходится, предел ее равен 1, т.е. 

г) (): .

Эта последовательность не сходится, следовательно, она не имеет предела.

д) (): .

Эта последовательность – постоянная, следовательно, она сходится к пределу с, т.е. .

С геометрической точки зрения равенство означает, что прямая *y = b* является горизонтальной асимптотой графика функции *y = *, т.е. графика функции ,  N:

 *y*

 *y=b*

 0 1 2 3 *n* *x*

На практике используется еще одно истолкование равенства , связанное с приближенными вычислениями: *если последовательность сходится к числу b, то выполняется приближенное равенство , причем это приближенное равенство тем точнее, чем больше n.*

4. СВОЙСТВА СХОДЯЩИХСЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

 Если последовательность сходится, то только к одному пределу.

 Если последовательность сходится, то она ограничена.

 Если последовательность монотонна и ограничена, то она сходится (теорема Вейерштрасса).

5. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

218-619-238

222-015-054

Справедливы следующие правила:

1. ;

2. если  < 1;

3. 

4. Теорема. Если , то

 а) предел суммы равен сумме пределов:

 

 б) предел произведения равен произведению пределов:

 

 в) предел частного равен частному пределов:



 г) постоянный множитель можно вынести за знак предела:

 

5. 

6. Если знаменатель *q* геометрической прогрессии  удовлетворяет неравенству |*q*| < 1, то сумма *S* прогрессии вычисляется по формуле

 

ПРИМЕР 11. Найти пределы последовательностей:

а)  б)  в) .

Решение. а) имеем ; применив правило „предел произведения”, получим

.

б) имеем ; применив правило „вынесения постоянного множителя за знак предела”, получим

.

в) имеем ; применив правило „предел суммы”, получим



218-619-238

222-015-054

ПРИМЕР 12. Даны числа  такие, что  |*q*|<1. Вычислить , где 

Решение.  – постоянный множитель. Применив правило „вынесения постоянного множителя за знак предела”, получим

 .

 Зная, что , получим . Тогда

 

ПРИМЕР 13. Вычислить .

Решение. Применим искусственный прием: разделим числитель и знаменатель дроби почленно на наивысшую степень переменной *n*. В данном примере разделим числитель и знаменатель дроби на .Получим

 .

Применяя правило „предел частного”, получим: если предел числителя равен 2 + 0 = 2, предел знаменателя равен 1 – 0 = 1, то предел данной дроби равен .

ПРИМЕР 14. Найти сумму геометрической прогрессии 4, 2, 1, … .

Решение. Здесь  Поскольку знаменатель прогрессии удовлетворяет неравенству |*q*| < 1, мы имеем право воспользоваться формулой . Значит, 

##### УЧЕБНО – ТВОРЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ №2

**ПРЕДМЕТ: алгебра и начала анализа**

### КЛАСС:

**УЧИТЕЛЬ:**

**СРОК ВЫПОЛНЕНИЯ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

218-619-238

222-015-054

**ТЕМА: Предел числовой последовательности.**

В результате выполнения данного задания, ученики будут

знать:

* понятие сходящейся последовательности;
* понятие расходящейся последовательности;
* определение окрестности данной точки заданного радиуса;
* определение предела последовательности;
* понятие горизонтальной асимптоты и ее уравнения;
* свойства сходящихся последовательностей;
* правила вычисления пределов последовательностей.

уметь:

* выяснять являются ли данные последовательности сходящимися (расходящимися);
* приводить примеры сходящихся (расходящихся) последовательностей;
* указывать окрестность данной точки заданного радиуса;
* выяснять окрестностью какой точки и какого радиуса является данный интервал;
* выяснять принадлежит ли некоторая точка окрестности данной точки заданного радиуса;
* составлять уравнение горизонтальной асимптоты;
* вычислять предел заданной последовательности;
* находить сумму геометрической последовательности.

Для того чтобы успешно справиться с практическим заданием, изучите теоретический материал и ответьте на следующие вопросы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №п/п | ЗАДАНИЕ | ГДЕ НАЙТИ |
| 1234567 | Дайте понятие сходящейся последовательности .Дайте понятие расходящейся последовательности.Дайте определение окрестности данной точки заданного радиуса. Дайте определение предела последовательности.Дайте понятие горизонтальной асимптоты и ее уравнения.Сформулируйте свойства сходящихся последовательностей Сформулируйте правила вычисления пределов последовательностей. | Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П., Ивлев Б.М., Шварцбурд С.И.Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 – 11 кл. общеобразовательных учрежденийМосква, «Просвещение», 2002Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В., Федорова Н.Е., Шабунин М.И.Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 – 11 кл. сред. шк.Москва, «Просвещение», 1992Башмаков М.И.Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 – 11 кл. сред. шк.Москва, «Просвещение», 1991Башмаков М.И.Математика: Учеб. для профтехучилищ.Москва, «Высшая школа», 1994Мордкович А.Г.Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 – 11 кл. общеобразовательных учрежденийМосква, «Мнемозина», 2000Гусев В.А., Мордкович А.Г.Математика: Справ. материалы: Кн. для учащихсяМосква, «Просвещение», 1988Крамор В.С.Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа Москва, «Просвещение», 1993 |

Приступаем к выполнению практического задания.

1. Запишите окрестность точки *а* радиуса *r* в виде интервала, если:

 а) *а* = 0, *r* = 0,1; в) *а* = 2, *r* = 1;

 б) *а* = –3, *r* = 0,5; г) *а* = 0,2, *r* = 0,3.

2. Окрестностью какой точки и какого радиуса является интервал:

а) (1; 3); в) (2,1; 2,3);

б) (–0,2; 0,2); г) (–7; –5).

3. Принадлежит ли точка  окрестности точки *а* радиуса *r*, если:

218-619-238

222-015-054

 а)  = 1, *а* = 2, *r* = 0,5; в)  = –0,2, *а* = 0, *r* = 0,3;

б)  = 1,1, *а* = 1, *r* = 0,2; г)  = 2,75, *а* = 2,5, *r* = 0,3.

4. Укажите номер (если существует) того члена последовательности (), начиная с которого все члены последовательности попадут в окрестность точки *а* радиуса *r*:

 а) ; г) ;

 б) ; д) ;

 в) ; е) .

5. Постройте график последовательности () и составьте, если возможно, уравнение горизонтальной асимптоты графика:

 а) ; г) ;

 б) ; д) ;

 в) ; е) .

6. Вычислите , если:

 а) ; з) ;

 б) ; и) ;

 в) ; к) ;

 г) ; л) ;

 д) ; м) ;

 е) ; н) ;

 ж) ; о) .

7. Найдите сумму геометрической прогрессии , если:

 а)  г) 

 б)  д) 

 в)  е) 

218-619-238

222-015-054

8. Вычислите:

 а)  в) 

 б)  г)  .

9. Составьте геометрическую прогрессию, если известно, что ее сумма равна 18, а сумма квадратов ее членов равна 162.

10. Решите уравнение:

а) 

б) 

в) 